

# FENOMENI TRANSITORI

transient phenomenon

## 1. Introduzione Introduction

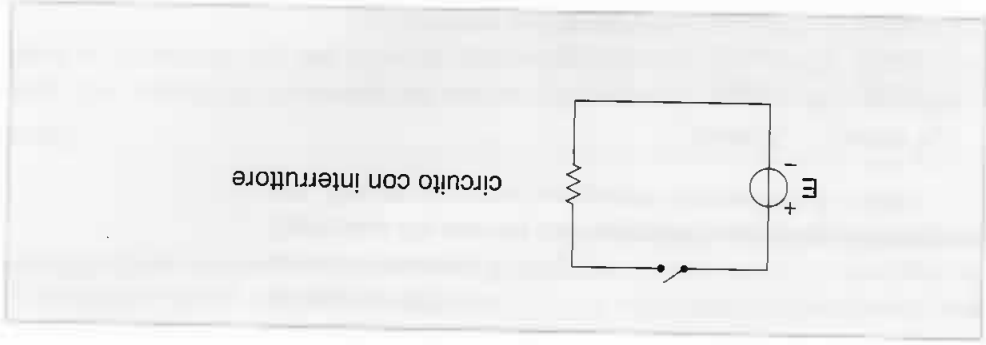
TRANSITORIO

TRANSIENT

Riesaminiamo i due componenti passivi: la resistenza (o meglio il resistore) e la capacità (o meglio il condensatore). Di essi, il primo è responsabile del consumo di energia, l'altro è responsabile dell'accumulo dell'energia. I fenomeni di accumulo o di cessione di energia avvengono in modo graduale. Di conseguenza i circuiti che contengono condensatori, raggiungono il loro comportamento stabile (a regime) solo dopo un certo intervallo di tempo (transitorio). Chiameremo fenomeno transitorio, quello che si verifica in un circuito elettrico quando si ha una brusca ed istantanea variazione di tensione e di corrente.

Il componente elettrico che in qualche modo è indice di transitorio è l'interruttore: ogni volta che esso viene chiuso o aperto si verifica un fenomeno transitorio.

Figura 1



Ma il fenomeno transitorio può essere provocato anche dall'applicazione diretta di un segnale che presenti brusche variazioni (segnale a gradino), (Fig.2), che matematicamente si esprime con la seguente espressione:

$$v(t) = 0 \quad \text{per } t < 0$$
$$v(t) = E \quad \text{per } t > 0$$

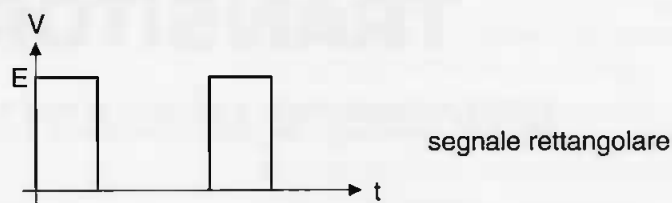
FIGURA 2



Nell'istante  $t = 0$  la funzione gradino presenta una discontinuità, cioè una istantanea variazione di tensione da 0 ad  $E$  (è come se avessi una batteria collegata tramite un interruttore che, nell'istante  $t = 0$ , viene chiuso).

Ma più spesso i circuiti sono sottoposti a segnali formati dalla successione di più gradini in salita ed in discesa (si pensi ai circuiti digitali ed a microprocessori), chiamati **onda rettangolare**.

FIGURA 3



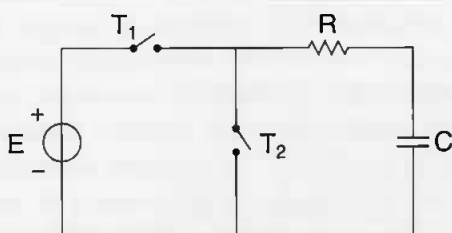
## 2. Carica e scarica di un condensatore

*capacitor charging and discharging*

CIRCUITO  
CON INTERRUTTORISWITCH  
CIRCUIT

FIGURA 4

Consideriamo il seguente circuito:



Esso è composto da:

una batteria di f.e.m.  $E$

da una rete RC;

da due interruttori  $T_1$  e  $T_2$ ;

Ogni volta che uno dei due interruttori cambia posizione provoca un transitorio nella rete. Noi analizziamo la seguente successione di eventi:

	TASTO $T_1$	TASTO $T_2$
$t < 0$	aperto	chiuso
① $t = 0$	chiuso	aperto
② $t = T_0$	aperto	chiuso

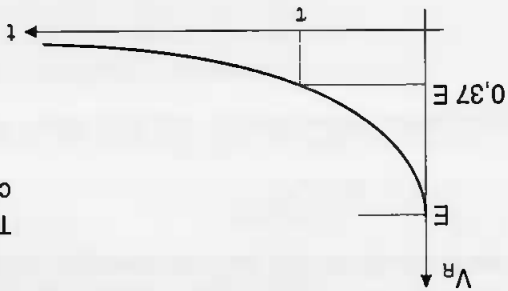
Per  $t < 0$  il condensatore è scarico.

Nell'istante  $t = 0$  si verifica un movimento di cariche elettriche che dalla batteria vanno ad accumularsi sulle armature del condensatore. La carica, e quindi la tensione ai capi del condensatore, cresce in modo esponenziale partendo da 0 e tendendo al valore  $E$ .

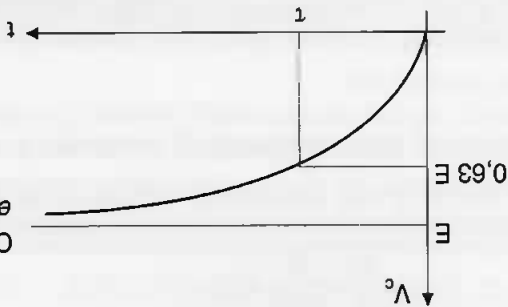
TRANSIENT ①

TRANSITORIO ①

Tensione sulla resistenza durante la carica del condensatore



Carica esponenziale del condensatore



Matematicamente questo si esprime con la funzione:

$$V_c(t) = V_{FIN} - (V_{FIN} - V_{INI}) e^{-t/\tau}$$

dove

$V_{INI}$  è il valore iniziale  $V_C(0)$   
 $V_{FIN}$  è il valore finale  $V_C(\infty)$

Essi nel transitorio ① valgono  $V_{INI} = 0$   
 $V_{FIN} = E$

$\tau$  è la costante di tempo (in questo circuito  $\tau = RC$ )

La funzione è quindi:

$$V_c(t) = E(1 - e^{-t/\tau})$$

se poniamo  $t = \tau$  si ha:

$$V_c(t) = 0,63 E$$

La costante di tempo assume pertanto il seguente significato fisico:

Teoricamente la tensione  $V_c$  non raggiunge mai il valore finale ma praticamente si può considerare che dopo circa  $4 + 5 \tau$  il transitorio è esaurito e quindi la tensione  $V_C$  ha raggiunto il valore finale (a regime). La tensione sulla resistenza sarà la differenza (secondo principio di Kirchhoff):

$$V_R = E - V_c = E e^{-t/\tau}$$

e subirà un salto brusco, pari a tutta la tensione del generatore, all'istante  $t = 0$ , infatti in questo istante il condensatore è scarico ( $V_c = 0$ ), per poi decrescere in modo esponenziale, man mano che aumenta la tensione  $V_c$ .

Al tempo  $t = \tau$  la tensione sulla resistenza sarà:

$$V_R(\tau) = E - 0,63 E = 0,37 E$$

dopo  $4 + 5 \tau$  la tensione  $V_R$  è praticamente zero. Lo stesso andamento di  $V_R$  lo avrà la

[for.3]

[for.2]

[for.1]

corrente:

$$i(t) = \frac{v_R(t)}{R} = \frac{E}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

che avrà quindi un andamento decrescente fino a tendere a zero.

TRANSIENT ②

Nell'istante  $t = T_0$  spostiamo gli interruttori nella posizione:

$T_1$  aperto

$T_2$  chiuso

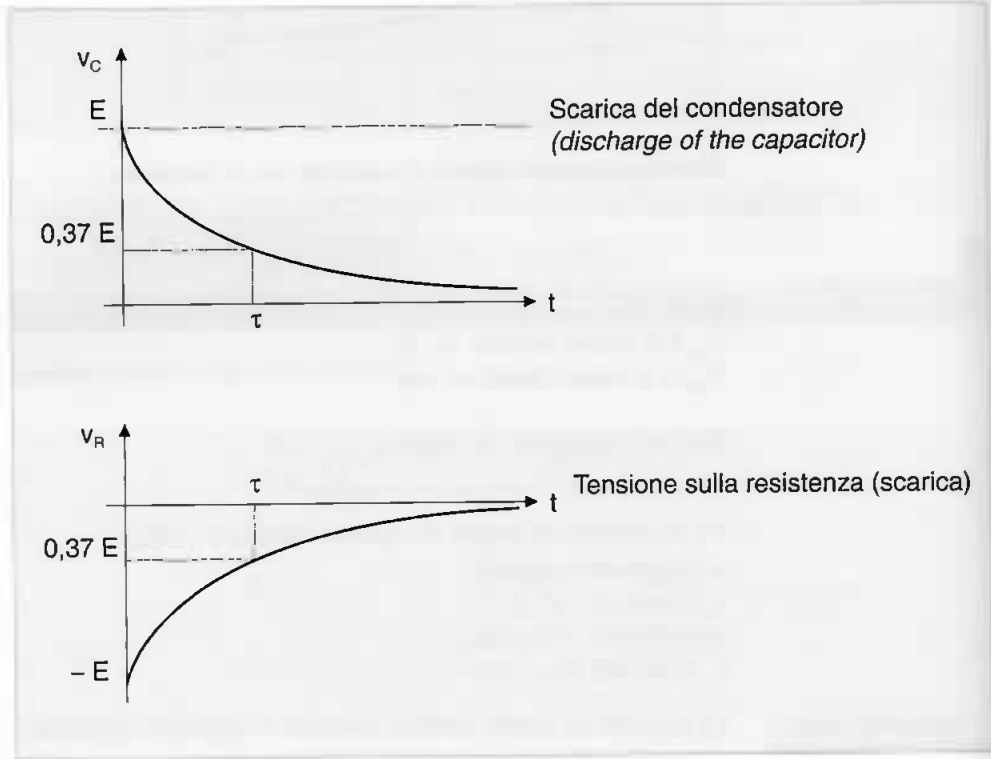
ed analizziamo il secondo transitorio (scarica). Partiamo sempre dal condensatore che (come ci assicura il principio di continuità: ai capi di un condensatore non sono ammesse variazioni brusche (a gradino) di tensione), assumerà come valore iniziale lo stesso valore raggiunto alla fine del transitorio precedente.

Così, se  $T_0 > 4 + 5 \tau$ :

$$V_{IN} = E$$

mentre il valore finale sarà zero (condensatore completamente scarico)  $V_{FIN} = 0$ .

FIGURA 8



La legge esponenziale sarà sempre del tipo:

$$v_i(t) = V_{FIN} - (V_{FIN} - V_{IN}) e^{-\frac{t}{\tau}}$$

che, sostituendo, diventa:

$$v_c(t) = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

La tensione:

$$v_R = -v_c = -E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

dello stesso andamento della corrente:

$$i(t) = \frac{v_R(t)}{R} = -\frac{E}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Concludiamo dicendo che la presenza di capacità in una rete (dei condensatori, o delle capacità parassite delle giunzioni a semiconduttore, o per le capacità equivalenti in genere sempre presenti), comporta sempre la presenza di transienti. Questi accompagnano praticamente qualunque fenomeno elettrico, provocando rallentamenti nel funzionamento di un sistema.

# GLI AMPLIFICATORI

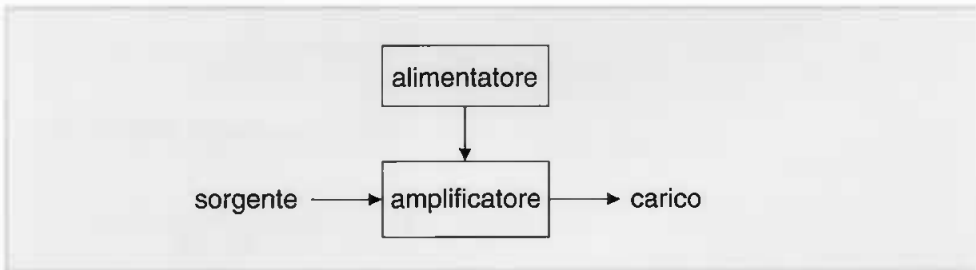
## *amplifiers*

### 1. Amplificatori di tensione *voltage amplifiers*

Un amplificatore è un circuito (quadripolo) capace di aumentare l'ampiezza di un segnale elettrico senza alterarne la forma. Normalmente noi ci interesseremo agli amplificatori di tensione, che aumentano la tensione applicata in ingresso. È implicito che globalmente il problema è energetico, in quanto viene incrementata la potenza collegata al segnale.

La potenza viene fornita da un alimentatore (generatore di tensione continua) secondo uno schema del tipo:

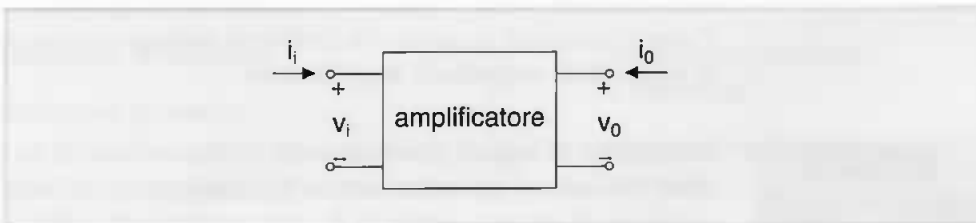
FIGURA 1



Possiamo dire che l'amplificatore riesce a trasformare la potenza continua in potenza di segnale, trasportandola sul carico.

L'amplificatore viene individuato come un quadripolo:

FIGURA 2



Un parametro molto importante di un amplificatore è il suo guadagno  $A_v$ :

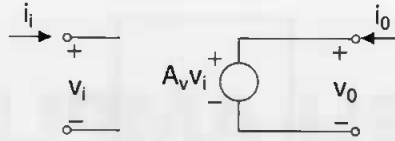
$$A_v = \frac{v_o}{v_i}$$

[for.1]

Un **amplificatore ideale di tensione** è caratterizzato dall'aver un coefficiente di amplificazione (amplificazione o guadagno) di tensione costante, che non dipende dal carico a cui è collegato. Questo significherebbe che l'amplificatore, visto dal carico, corrisponde ad un generatore ideale di tensione, di valore

$$v_o = A_v v_i$$

FIGURA 3



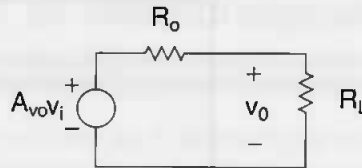
Circuito equivalente ideale in uscita di un amplificatore

ACCOPIAMENTO  
CON IL CARICO

LEGO  
CULTURNO

In effetti spesso il guadagno dipende dal carico ed assume il suo valore massimo nel collegamento a vuoto, nel qual caso si indica con  $A_{v0}$  (guadagno a vuoto). Il generatore equivalente di uscita è allora un generatore reale di tensione (FIG.4), con una sua resistenza interna, che viene chiamata  $R_o$  (resistenza di uscita)

FIGURA 4



Circuito equivalente reale in uscita di un amplificatore

La tensione di uscita è così:

$$v_o = \frac{R_L}{R_L + R_o} \cdot A_{v0} v_i$$

allora il guadagno effettivo è:

$$A_v = \frac{R_L}{R_L + R_o} \cdot A_{v0}$$

è sempre minore del guadagno a vuoto, e dipende dal carico.

L'amplificatore ideale avrà  $R_o = 0$ . L'amplificatore reale, per avere un buon funzionamento, deve avere una resistenza di uscita molto più piccola della resistenza di carico  $R_o \ll R_L$ . Questo lo chiameremo un problema di **accoppiamento** fra l'amplificatore ed il carico. Un problema analogo si pone per l'accoppiamento fra la sorgente di segnale e l'amplificatore.

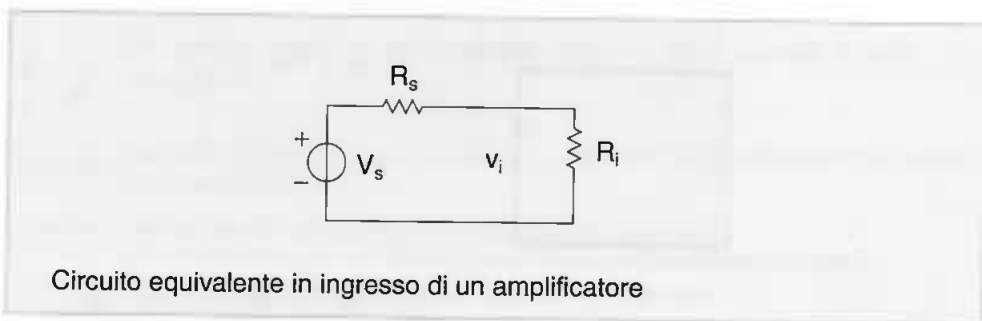
ACCOPIAMENTO  
CON LA SORGENTE

LEGO  
CULTURNO

La sorgente di segnale è normalmente corrispondente ad un generatore reale di tensione con una sua resistenza interna  $R_s$ . Collegandola all'amplificatore, si ha una circolazione di corrente anche in  $R_s$ , con conseguente caduta di tensione e perdita di una parte del segnale.

All'ingresso dell'amplificatore si fa corrispondere una resistenza equivalente, chiamata  $R_i$  (resistenza di ingresso) e si presenta così il problema dell'accoppiamento.

FIGURA 5



La tensione  $v_i$  risulta essere uguale a:

$$v_i = \frac{R_i}{R_s + R_i} \cdot v_s$$

Dove il rapporto di partitore è detto attenuazione:

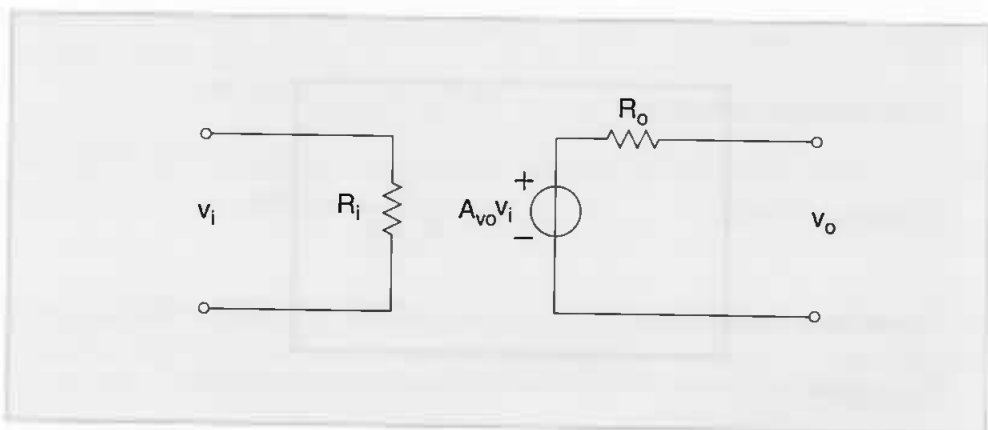
$$\alpha = \frac{R_i}{R_s + R_i}$$

[for.2]

Per avere il massimo trasferimento del segnale la resistenza di ingresso deve essere molto più grande della resistenza interna della sorgente:  $R_i \gg R_s$ ; mentre un amplificatore ideale di tensione avrà  $R_i \rightarrow \infty$ .

Così possiamo disegnare lo schema elettrico equivalente di un **amplificatore di tensione**, composto da una resistenza di ingresso, da un generatore di tensione dipendente e da una resistenza di uscita:

FIGURA 6



Un amplificatore di tensione è individuato dalle seguenti grandezze:

**guadagno di tensione a vuoto**  
(calcolato senza carico)

$$A_{v0} = \frac{v_o}{v_i} \Big|_{\text{open}}$$

**resistenza di ingresso**

$$R_i = \frac{v_i}{i_i} \quad (\text{resistenza equivalente di Thevenin})$$

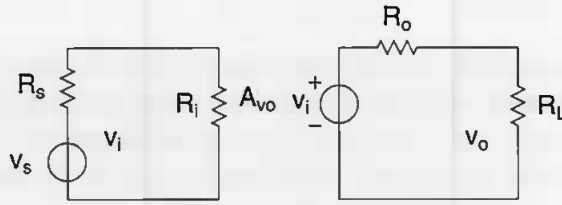
**resistenza di uscita**

$$R_o = \frac{v_o^*}{i_o^*} \quad (\text{resistenza equivalente di Thevenin})$$

Nel collegamento reale con una sorgente di tensione ed un carico si ha che il

guadagno diminuisce a causa dell'accoppiamento con la sorgente e con il carico:

FIGURA 7



Accoppiamento di un amplificatore fra sorgente e carico.

$$A_v = \frac{v_o}{v_i} = \frac{R_i}{R_i + R_s} \cdot A_{v_o} \cdot \frac{R_L}{R_o + R_L}$$

[for.3]

Un amplificatore ideale di tensione ha:

$$A_v = A_{v_o} \quad R_i \rightarrow \infty \quad R_o = 0$$

e nell'accoppiamento non subisce alcuna perdita del segnale.

## ESERCIZIO SVOLTO

Una sorgente di segnale di resistenza interna  $R_s = 600 \Omega$  è collegata tramite un amplificatore di parametri:  $A_{v_o} = 10$   $R_i = 5 \text{ k}\Omega$   $R_o = 1 \text{ k}\Omega$  ad un carico  $R_L = 10 \text{ k}\Omega$ .

Calcolare

1) il guadagno di tensione

2) il segnale sul carico in corrispondenza ad un segnale di ingresso  $v_i = 2 \text{ V}$

Applichiamo la formula 3

$$A_v = \frac{v_o}{v_i} = \frac{R_i}{R_i + R_s} \cdot A_{v_o} \cdot \frac{R_L}{R_o + R_L}$$

In essa calcoliamo:

1) attenuazione di ingresso

$$\alpha = \frac{v_i}{v_s} = \frac{R_i}{R_i + R_s} = 0,893$$

2) partitore di uscita

$$\frac{R_L}{R_o + R_L} = 0,909$$

3) guadagno complessivo

$$A_v = 0,883 \cdot 10 \cdot 0,909 = 8,12$$

Se il segnale di ingresso è di 2 V, in uscita otterremo un segnale

$$v_o = A_v \cdot v_i = 8,12 \cdot 2 = 16,24 \text{ V}$$

Un amplificatore è un quadripolo (ingresso e uscita).

Le grandezze che interessano sono il guadagno di corrente, la resistenza di ingresso, il guadagno di tensione e la resistenza di uscita, definiti nel seguente modo:

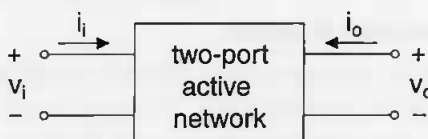


FIGURA 8



$A_i = \frac{i_o}{i_i}$  *the ratio of output to input currents* (rapporto fra le correnti di uscita ed ingresso)

$R_i = \frac{v_i}{i_i}$  *the ratio of input voltage to current* (rapporto fra la tensione e la corrente di ingresso)

*(the resistance we see looking into the amplifier input terminals)*  
(la resistenza che vediamo ai terminali di ingresso)

$A_v = \frac{v_o}{v_i}$  *ratio of output to input voltages* (rapporto fra le tensioni di uscita ed ingresso)

$R_o = \frac{v_o}{i_o}$  *the ratio of output voltage to current* (rapporto fra la tensione e la corrente di uscita)

*(the resistance we see looking into the amplifier output terminals with  $v_i = 0$  i.e. shorted input source)* (la resistenza che vediamo dai terminali di uscita, guardando verso l'amplificatore, senza segnale di ingresso)

La (FIG.7) mostra il circuito equivalente di Thevenin di un amplificatore collegato fra una sorgente ed un carico.

Gli amplificatori sono classificati in diverse categorie (amplificatori di tensione e di corrente, amplificatori di potenza, adattatori di impedenza) a seconda del valore dei loro parametri.

In particolare interessano gli amplificatori di tensione e l'adattatore di impedenza.

Le caratteristiche di un amplificatore di tensione sono: resistenza di ingresso molto grande rispetto a quella della sorgente e resistenza di uscita molto piccola rispetto a quella del carico.

$$R_i \gg R_s \quad R_o \ll R_L$$

Un amplificatore ideale ha resistenza di ingresso infinita e resistenza di uscita nulla.

$$R_i \rightarrow \infty \quad R_o = 0$$

L'adattatore di impedenza (buffer analogico) è un amplificatore di tensione con guadagno unitario. Esso è utilizzato per trasferire una tensione da una sorgente ad un carico, senza perdite di potenziale.

## ESERCIZIO SVOLTO

2 An amplifier has the following parameters:  $R_i = 40 \text{ k}\Omega$   $R_o = 1 \text{ k}\Omega$   $A_v = 100$   
Its connected to a voltage source which internal resistance of  $R_s = 10 \text{ k}\Omega$  and a load  $R_L = 1 \text{ k}\Omega$

Determine the global voltage gain  $G_v = \frac{v_o}{v_s}$

### LA REAZIONE NEGATIVA

#### NEGATIVE FEEDBACK

La reazione consiste nel prelevare parte della tensione di uscita per mezzo di reti opportune e applicare questo segnale all'ingresso attraverso una rete di reazione. All'ingresso il segnale di reazione è combinato con il segnale della sorgente esterna. La reazione è chiamata negativa quando il segnale di reazione si sottrae al segnale sorgente, provocando una diminuzione dell'ampiezza del segnale di uscita. L'utilità della reazione negativa è dovuta al fatto che, in generale, l'amplificatore può vedere migliorate le proprie caratteristiche. In particolare il guadagno diventa praticamente indipendente dal dispositivo attivo, soggetto a variazioni con la temperatura ed il tempo, e dipende solo dal valore delle resistenze esterne, molto più stabili. Si deve osservare che tutti i vantaggi sono ottenuti a spese del valore del guadagno che, con la controreazione, è diminuito rispetto a quello senza reazione. Possiamo dire che diverse desiderabili caratteristiche degli amplificatori si ottengono a spese di una riduzione del guadagno.