

La logica

Prof. Francesco Viglietti
[Www.in4matika.altervista.org](http://www.in4matika.altervista.org)



La logica

Consideriamo ora il concetto base della logica, la **proposizione**, ed i concetti e la terminologia che useremo.

Per indicare una **proposizione** useremo le lettere: **p, q, r,...**

Per indicare il valore di **verità** useremo il carattere **v** oppure **1**, per indicare il valore di **falsità** useremo il carattere **f** oppure **0**.

Definiamo **proposizione** una qualunque affermazione cui possa essere associato un valore di verità (**v**) oppure di falsità (**f**)

Esempi:

"In questo momento ho una penna in mano"

è una proposizione: infatti posso dire se l'affermazione è vera o falsa

"Due più due è uguale a quattro"

è una proposizione: infatti posso dire che l'affermazione è vera

"Il film visto ieri è noioso"

non è una proposizione: infatti per qualcuno il film può non essere noioso e quindi non posso associare un valore di verità o falsità

all'affermazione

Tabelle della verità

Ad ogni proposizione possiamo associare o il valore **v** oppure il valore **f** oppure rispettivamente il valore **1** o il valore **0**.

Se abbiamo due proposizioni **p** e **q** allora i valori possibili saranno

Due o più proposizioni possono essere legate fra loro mediante le congiunzioni logiche. Le principali sono NOT, AND, OR, ma esistono anche XOR, NAND, NOR, XNOR.

P	
v	Proposizione vera
f	Proposizione falsa

P	Q	
f	f	P e Q sono false
f	v	P falsa, Q vera
v	f	P vera, Q falsa
v	v	P e Q sono vere

Negazione logica (NOT)

La negazione è un'operazione **unaria** perchè si applica su una sola proposizione ed è definita come l'operazione che applicata a **p** restituisce il valore di verità contrario di **p**

P	Y
f	v
v	f

Esempi:

Data la proposizione:

Roma è la capitale d'Italia . La sua negazione sarà:

Roma non è la capitale d'Italia

la prima è vera e la seconda è falsa

3 più 3 è uguale a nove. La sua negazione sarà:

3 più 3 non è uguale a 9

la prima è falsa e la seconda è vera

Congiunzione logica (AND)

La congiunzione logica (**e**) è un'operazione **binaria** perchè si applica su due proposizioni ed è definita come l'operazione che applicata a **p** e **q** restituisce i valori di verità in tabella.

P	Q	Y
f	f	f
f	v	f
v	f	f
v	v	v

Esempio: "**Se sarai promosso ed avrai la media del 7 ti comprerò il motorino**"

è un esempio abbastanza calzante:

infatti si può essere promossi e non avere la media del 7, si può avere la media del 7 e non essere promossi (ad esempio avere 4 in una materia e 10 in una seconda e 7 in tutte le altre)

Disgiunzione inclusiva (OR)

Anche la disgiunzione inclusiva (**∨**) è un'operazione **binaria** perchè si applica su due proposizioni ed è definita come l'operazione che applicata a **p** e **q** restituisce i valori di verità in tabella.

P	Q	Y
f	f	f
f	v	v
v	f	v
v	v	v

Esempio: **Quando vado al cinema mangio noccioline o popcorn**

in questo caso la frase è da intendere:
mangio noccioline o mangio popcorn o mangio entrambi

Disgiunzione esclusiva (XOR)

Anche la disgiunzione esclusiva (**or esclusivo**) è un'operazione **binaria** perchè si applica su due proposizioni ed è definita come l'operazione che applicata a **p** e **q** restituisce i valori di verità in tabella.

P	Q	Y
f	f	f
f	v	v
v	f	v
v	v	f

Esempio: **Quando vado al cinema scelgo di mangiare o noccioline o popcorn**

in questo caso la frase è da intendere: o mangio noccioline o mangio popcorn ma non posso mangiare entrambi.

Esercizi “on the fly”

Se $A=\text{Vero}$, $B=\text{Falso}$, $C=\text{Vero}$, qual è il valore di verità delle seguenti espressioni:

- $A \text{ or } (\text{not } B \text{ and } C)$
- $A \text{ and Falso}$
- $B \text{ or Vero}$
- $A \text{ and } B \text{ and } C$

Costruire la tavola di verità di:

$A \text{ or Vero}$ $(A \text{ or Falso})$

$A \text{ and Vero}$ $(A \text{ and Falso})$

$\text{not not } A$

$\text{not } (A \text{ and } B)$

$(\text{not } A) \text{ or } (\text{not } B)$

Proprietà

Gli operatori introdotti godono di numerose proprietà:

- Commutativa ed associativa
- Distributiva

$$A \text{ and } (B \text{ or } C) = (A \text{ and } B) \text{ or } (A \text{ and } C)$$

$$A \text{ or } (B \text{ and } C) = (A \text{ or } B) \text{ and } (A \text{ or } C)$$

- $\text{not not } A = A$
- $A \text{ and } A = A$ $A \text{ or } A = A$
- $A \text{ or } (\text{not}A) = \text{Vero}$ $A \text{ and } (\text{not}A) = \text{Falso}$
-

Motori di ricerca

- Google: non è necessario usare l'operatore booleano AND (per impostazione predefinita, Google ricerca tutte le parole chiave inserite dall'utente).
- Uso di OR (maiuscolo)
- Ricerca avanzata

Milano università	Milano OR università
7.550.000 pagine	91.100.000 pagine

Operatori booleani

Dove si usano

- Nelle formule dei fogli di calcolo
- Nella riga dei criteri nelle query QBE
- Nei motori di ricerca in Internet
- Nei linguaggi di programmazione
- Nella progettazione dei circuiti logici
- Nella crittografia